



UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR

DIVISIÓN	Física y Matemáticas			
DEPARTAMENTO	Cómputo Científico y Estadística			
CÓDIGO	CO-6514	ASIGNATURA	Análisis Funcional Aplicado	
REQUISITOS	CO-3211 y CO-3511			
HORAS/SEMANA	T.4	P.0	L.0	UNIDADES CRÉDITO: 4
VIGENCIA	Junio de 2005			
AUTORES	Prof. Adolfo Quiroz y Prof. René Escalante			
PROFESOR(ES)	Prof. Adolfo Quiroz y Prof. René Escalante			

JUSTIFICACIÓN

Abarca este curso dos importantes ramas del *Análisis Clásico Moderno*, a saber: *Teoría de la Medida (TM)* y *Análisis Funcional (AF)*. Cada una de estas áreas da lugar a aplicaciones fundamentales en muchos campos de las Ciencias y la Ingeniería.

La *Teoría de la Medida (TM)* es el lenguaje matemático en el que se desarrollan tanto la *Teoría de Probabilidades* moderna (incluyendo la *Teoría de Martingalas* y sus aplicaciones) como la teoría de *Sistemas Dinámicos* y la *Teoría Ergódica*, y sus nociones resultan fundamentales para la comprensión de los principales resultados en estas áreas.

Por otro lado, el *Análisis Funcional* es el estudio de los espacios vectoriales de funciones, utilizando métodos de la geometría, el álgebra lineal y el análisis. El *AF* es la base para áreas fundamentales de las matemáticas aplicadas, como son: *series de Fourier*, *Ecuaciones Diferenciales e Integrales*, *Análisis Numérico*, *Probabilidades y Estadística*. El interés por el estudio del *Análisis Funcional Aplicado (AFA)* radica en su utilidad primaria de ser una disciplina unificadora, que reúne un número de “trucos” matemáticos especializados (aparentemente diferentes) en unos pocos principios geométricos generales.

Por este motivo, resulta de gran importancia para el estudiante de matemáticas aplicadas, tener una noción de los fundamentos teóricos y prácticos de la *TM* y del *AFA*. Este curso pretende proveer al estudiante, interesado en el área de Cómputo Científico y Estadística, de las herramientas básicas necesarias de la *TM* y del *AFA* para abordar y comprender los problemas aplicados a los que se enfrentará en el desempeño práctico de su actividad profesional y de investigación. De igual manera, se pretende capacitar al estudiante para poder continuar estudios más avanzados en las áreas de aplicación mencionadas.

OBJETIVOS

- Que el estudiante maneje las nociones de espacio de probabilidad, sigma álgebra, función medible (variable aleatoria) y su distribución asociada. Que el estudiante pueda comparar sigma álgebras, en particular aquellas generadas por variables aleatorias.



UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR

- Que el estudiante pueda aplicar correctamente los teoremas de convergencia de integrales (Fatou, Convergencia Monótona, Convergencia Dominada y Convergencia de Integrabilidad Uniforme) y conozca los alcances y limitaciones de estos teoremas.
- Que el estudiante maneje la interpretación del teorema de Radon-Nykodim y la descomposición de Riesz de una medida respecto a otra y pueda hallar en ejemplos tanto la derivada de Radon-Nykodim como las partes absolutamente continua y singular de una medida.
- Que el estudiante comprenda el concepto de Esperanza Condicional (respecto a una sigma álgebra) y pueda calcular esta en ejemplos.
- El estudiante estará en la capacidad de manejar los fundamentos teórico-prácticos de los Espacios Normados, de Banach y Teoremas de Punto Fijo, comprendiendo e interpretando el problema de encontrar soluciones aproximadas para el caso de las ecuaciones no-lineales de las matemáticas aplicadas.
- El estudiante manejará y aplicará métodos y técnicas para la resolución aproximada de ecuaciones lineales, para lo que el estudiante primero comprenderá y manejará los fundamentos teóricos de espacios de Hilbert y operadores lineales, para luego entender y aplicar el teorema espectral a los casos de ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales
- El estudiante comprenderá, interpretará y aplicará al problema de norma mínima, sobre convexos, la forma geométrica del teorema de Hahn-Banach.
- Que el estudiante maneje los fundamentos teóricos necesarios para poder aplicar las diferentes herramientas estudiadas a problemas prácticos de aproximación, tales como, métodos de proyecciones, de Galerkin, de Rayleigh-Ritz y de colocación.

CONTENIDO PROGRAMÁTICO

PARTE I: Teoría de la Medida.

1. Espacios de medida y funciones medibles. Espacios de probabilidad y variables aleatorias. Sigma-álgebras generadas por variables aleatorias.
2. Teoremas de convergencia de integrales y aplicaciones.
3. Teorema de Radon-Nykodim y descomposición de Riesz. Esperanza Condicional (respecto a una sigma-álgebra).
4. Aplicaciones.

PARTE II: Análisis Funcional Aplicado.

5. Espacios de Banach. Espacios Normados. Teoremas de Punto Fijo.
6. Operadores en Espacios de Hilbert. El Teorema Espectral y EDP's.
7. Convexidad y Espacios Duales. Conjuntos Convexos y Funciones Convexas. Forma Geométrica del Teorema de Hahn-Banach.
8. Aplicaciones: Métodos de Aproximación (proyecciones, Galerkin, Rayleigh-Ritz, colocación, etc.)



UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR

PARTE III: Tópicos Opcionales.

9. Cálculo Diferencial para Operadores. Aplicaciones
10. Distribuciones y Transformada de Fourier.
11. Estimación por Mínimos Cuadrados.

ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS DE ENSEÑANZA- APRENDIZAJE

El curso consiste de 4 horas semanales de clases en aula, donde el profesor expone el contenido de la materia. Se incentiva la participación de los alumnos a través de preguntas y respuestas. Se proponen ejercicios y tareas o mini-proyectos para promover el trabajo en equipo y familiarizar al estudiante con aplicaciones de los temas estudiados. Las notas correspondientes a las clases se publican en la página Web del profesor, junto con ejercicios sugeridos y material adicional.

RECURSOS HUMANOS ADEMÁS DEL PROFESOR

Ninguno.

ESTRATEGIAS DE EVALUACIÓN

La evaluación consiste de dos exámenes parciales que abarcan un 50% de la nota final (25% cada uno). El porcentaje restante se evaluará por medio de la asignación de tareas o mini-proyectos que involucren aplicaciones y extensiones de resultados estudiados durante las clases.

BIBLIOGRAFÍA

PARTE I:

- P. Billingsley. *Probability and Measure (Wiley Series in Probability and Statistics)*. John Wiley & Sons, Inc. 2002.
- D. Pollard. *A User's Guide to Measure Theoretic Probability*. Cambridge University Press, 2002.
- D. Williams. *Probability with Martingales*. Cambridge University Press, 1991.

PARTE II:

- W. Cheney. *Analysis for Applied Mathematics*. Springer-Verlag, N.Y., 2001.
- F. Deutsch. *Best Approximation in Inner Product Spaces*. Springer-Verlag, N.Y., 2001.
- D.H. Griffel. *Applied Functional Analysis*. Ellis Horwood Ltd., Publishers, Chichester, 1981.